

## DS4

Les calculatrices sont interdites.

Une partie très importante du barème sera comptée pour le soin et la rédaction.

Faites des phrases.

**Encadrez vos résultats en couleur**, soignez votre copie, aérez-la.

Le sujet est **recto-verso**.

Durée : 55 minutes

### Calculs

1. Simplifier

$$\frac{12^2 \cdot 50^3}{18^3 \cdot 15^5}$$

2. Combien vaut  $(-2)^{-2}$  ?  
3. Combien valent  $2^{10}$  et  $2^{11}$  ?

### Questions de cours

Compléter (sur votre copie) :

a)  $(f + g)' =$

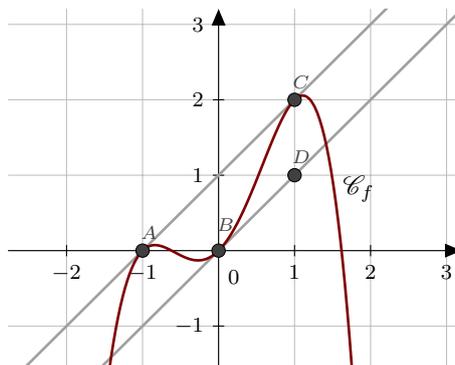
b)  $(fg)' =$

c)  $\left(\frac{1}{f}\right)' =$

d)  $\left(\frac{f}{g}\right)' =$

### Exercice 1

Ci-dessous le graphe  $\mathcal{C}_f$  d'une fonction  $f$  et plusieurs tangentes à  $\mathcal{C}_f$ .



1. a) Donner, par lecture graphique, les coordonnées de  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$ .  
b) En déduire des valeurs remarquables de  $f$ .  
c) Donner les valeurs de  $f'(-1)$ ,  $f'(0)$  et  $f'(1)$ , en justifiant votre réponse.
2. On donne l'expression de  $f$ . C'est

$$f(x) = -x^4 + 2x^2 + x \quad \text{pour } x \in \mathbb{R}.$$

- a) Quelle est la dérivée de  $f$  ?  
b) Donner la formule de la tangente.  
c) On note :
- $T_A$  la tangente de  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $-1$
  - $T_C$  la tangente de  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $1$ .

Montrer par le calcul que  $T_A$  et  $T_C$  sont confondues.

## Exercice 2

On considère une fonction  $f$  définie par son expression  $f(x)$ . Dans chacun des cas :

- donner l'ensemble  $D_f$  de définition
- donner l'ensemble  $D_{f'}$  de dérivabilité
- donner l'expression de  $f'(x)$

a)  $f(x) = 2x^4 - 3x^2 + 1$

c)  $f(x) = \sqrt{7}$

e)  $f(x) = \frac{2x+7}{x+3}$

b)  $f(x) = \frac{2}{5}x^5 - \sqrt{2}x + \frac{4}{x}$

d)  $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$

## Exercice 3

1. On considère la fonction

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ t & \longmapsto & t^3 - 3t^2 + t + 1 \end{array}$$

- a) Montrer que 1 est une racine de  $f$ .  
b) Trouver  $a, b, c \in \mathbb{R}$  tels que

$$f(t) = (t-1)(at^2 + bt + c)$$

pour tout  $t \in \mathbb{R}$ .

- c) Factoriser entièrement  $f$ .

2. Pour  $t \in \mathbb{R}$ , on note

$$\vec{u}_t = \begin{pmatrix} t^2 + 1 \\ t \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{v}_t = \begin{pmatrix} t^2 + 4t + 1 \\ 2t + 1 \end{pmatrix}$$

- a) Que valent  $\vec{u}_0$  et  $\vec{v}_0$ ?  
b) Montrer que  $\vec{u}_t$  ne peut pas être nul.  
c) Pour quelles valeurs de  $t$ , le couple  $(\vec{u}_t, \vec{v}_t)$  est-il une base?

## Exercice 4

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}_+$  par

$$f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+\sqrt{x}}}$$

- a) Quel est l'ensemble de dérivabilité de  $f$ ?  
b) Calculer  $f'(x)$ .